

# MATHEMATICAL TRANSFORMATION OF RESORPTION CURRENTS FROM TIME TO FREQUENCY DOMAIN

**Lucia Košíková**

Master Degree Programme (2), FEEC BUT  
E-mail: xkosik04@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Martin Frk  
E-mail: frkmar@feec.vutbr.cz

## ABSTRACT

This thesis is about measuring dielectric properties in time and frequency domain and in addition transformation between these two domains. For transformation are used mathematical methods of Fourier transformation and Hamon approximation.

## 1. ÚVOD

K diagnostike dielektrických materiálov existuje rada metód, medzi ne sa radí i metóda dielektrickej relaxačnej spektroskopie (DRS). Princíp tejto metódy je skúmanie molekulárnej dynamiky polárnych alebo polarizovaných materiálov. Tým, že polarizačné javy môžeme sledovať buď v striedavom elektrickom poli alebo jednosmernom elektrickom poli, sa dielektrická relaxačná spektroskopia delí na metódy merané vo frekvenčnej a časovej oblasti.

## 2. DIELEKTRICKÁ SPEKTROSKOPIA

Dielektrická spektroskopia je metóda, ktorá je založená na širokom rozsahu meraní a to v časovej i frekvenčnej oblasti. Obecne platí, že jednosmernou vodivosťou, relatívnou permitivitou a funkciou dielektrickej odozvy môžeme charakterizovať vlastnosti dielektrického materiálu. Používaná metóda pri hodnotení dielektrickej odozvy v časovej oblasti je polarizačný (nabíjaci) a depolarizačný (vybíjaci) prúd. Vo frekvenčnej oblasti je to relatívna permitivita a stratové číslo. Ak je možné popísať skúmaný materiál lineárnym systémom, potom existuje transformácia z časovej oblasti do frekvenčnej oblasti [1].

## 3. MATEMATICKÝ PREVOD Z ČASOVEJ DO FREKVENČNEJ OBLASTI

### 3.1. PREVOD POMOCOU FURIEROVEJ TRANSFORMÁCIE

Po pripojení elektrického poľa o intenzite  $E(t)$  bude pretekať materiálom elektrický prúd  $i(t)$ , ktorý je možné vyjadriť vzťahom [1]

$$i(t) = C_0 \left[ \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} u(t) + \varepsilon_\infty \frac{du(t)}{dt} + \frac{d}{dt} \int_0^t f(t-\tau) u(\tau) d\tau \right]. \quad (1)$$

Aplikáciou Furierovej transformácie na priebeh prúdu v časovej oblasti je možné získať prúd vyjadrený vo frekvenčnej oblasti v tvare [1 ]

$$I(\omega) = C_0 \left[ \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} U(\omega) + i\omega \varepsilon_\infty U(\omega) + i\omega U(\omega) \chi(\omega) \right]. \quad (2)$$

S využitím aproximácie depolarizačného prúdu Curie-von Schweidlerov modelom v tvare

$$f(t) = At^{-n} \quad (3)$$

a jeho následnou Furierovou transformáciou sa získa pre komplexnú dielektrickú susceptibilitu vzťah [3 ]

$$\chi(\omega) = f(\omega) = \int_0^\infty f(t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^\infty At^{-n} e^{-i\omega t} dt = \frac{A\Gamma(1-n)}{(i\omega)^{1-n}}. \quad (4)$$

Výsledný vzťah je možné ďalej upraviť

$$\chi(\omega) = \frac{A\Gamma(1-n)}{(i\omega)^{1-n}} = A\Gamma(1-n)(\omega^{n-1}) \left[ \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - i\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (5)$$

a rozložiť na reálnu a imaginárnu susceptibilitu v tvare [2 ][3 ]

$$\chi'(\omega) = A\Gamma(1-n)(\omega^{n-1}) \left[ \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right], \quad (6)$$

$$\chi''(\omega) = A\Gamma(1-n)(\omega^{n-1}) \left[ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right]. \quad (7)$$

### 3.2. PREVOD POMOCOU HAMONOVEJ APROXIMÁCIE

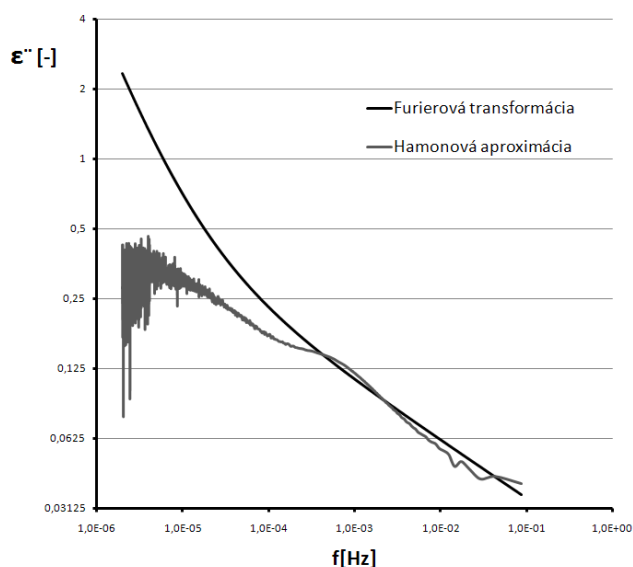
Prevod pomocou Hamonovej aproximácie je na podobnom princípe ako Furierová transformácia. Jej výhodou je, že je rýchlejšia a nie je toľko matematicky náročná. Vychádza zo vzťahu

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{-l_{\text{depol}} \left(\frac{0,1}{f}\right)}{2\pi f C_0 U_0}, \quad (8)$$

pre ktorý je potrebné poznať geometrickú kapacitu, napätie a časovú závislosť depolarizačného prúdu, z ktorého sa určí pomocou vzťahu  $f = \frac{0,1}{t}$  príslušná frekvencia [1 ].

### 3.3. POROVNANIE FURIEROVEJ TRANSFORMÁCIE A HAMONOVEJ APROXIMÁCIE

Časová závislosť depolarizačného prúdu je prepočítaná pomocou Furierovej transformácie a Hamonovej aproximácie na stratové číslo a zobrazená na Obr. 1.



Obr. 1 Frekvenčné priebehy vypočítanej imaginárnej zložky komplexnej permitivity

Overenie správnosti a aplikácie týchto metód na vybranom dielektrickom materiály bude dodatočne porovnaná s frekvenčnou metódou v oblasti nízkych frekvenciách.

## 4. ZÁVER

Furierová transformácia je najznámejšia metóda pri prevode z časovej do frekvenčnej oblasti a tým je aj najčastejšie používanou metódou. Obsahuje viac prevodov, viac hodnôt, viac výpočtov a tým je jej rýchlosť výpočtu obmedzená a zložitejšia. Oproti tomu Hamonová aproximácia je jednoduchšia, z dôvodu použitia jedného vzorca. Tým je vytvorený kratší čas výpočtu. Pri tom si musíme uvedomiť, že Furierová transformácia vytvára základ pri vytváraní iných aproximácií, ako je to aj v prípade Hamonovej aproximácii. Preto, čo sa týka presnosti, Furierová transformácia má presnejší a istejší výsledok ako Hamonová aproximácia.

## LITERATURA

- [1] Farahani, M., Borsi, H., Gockenbach, E. Dielectric spectroscopy in Time and Frequency Domain on Insulation System of High Voltage Rotating Machines. In *8th IEEE International Conference on Solid Dielectrics (ICSD)*. Toulouse, France, 2004.
- [2] Sakamoto, W.K.; Kanda, D.H.F.; de Assis Andrade, F.; Das-Gupta, D.K.: Dielectric relaxation of vegetable-based polyurethane. *Journal of Materials Science*, Vol. 38, Nr. 7, April 2003, pp. 1465-1470.
- [3] Shayegani A.A., Gockenbach E., Borsi H., Mohseni H.: Investigation on the transformation of time domain spectroscopy data to frequency domain data for impregnated pressboard to reduce measurement time. *Electrical Engineering, Springer Berlin / Heidelberg*, Vol. 89, Nr. 1, October, 2006. ISSN 0948-7921.